ΩBΓ Omega Beta Gamma
CURIOSITAS, DUBITARE, INVESTIGARE

ISSN 2312-4776

Documento de Trabajo
Nº 01-2015

ELECCIÓN COLECTIVA Y BIENESTAR SOCIAL

por

Eloy Ávalos

Enero 14, 2015

Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Lima - Perú

Serie de Documentos de Trabajo Omega Beta Gamma

El principal objetivo de la «Serie de Documentos de Trabajo Omega Beta Gamma» es difundir los avances de investigaciones conducentes a futuras publicaciones de artículos científicos así como de textos resultantes del proceso de enseñanza de los profesores del Departamento de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos; incluyendo publicaciones de investigacdores nacionales e internacionales de otras instituciones de educación superior.

La «Serie de Documentos de Trabajo Omega Beta Gamma» es promovido y desarrollado por un colectivo de profesores del Departamento de Economía de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Documento de Trabajo Omega Beta Gamma, Nro. 01-2015, enero 2015.
International Standard Serial Number ISSN 2312-4776

Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Facultad de Ciencias Económicas
Av. Venezuela, cuadra 34.
Teléfono 619-7000, anexo 2231.
Lima 01
Perú

Elección Colectiva y Bienestar Social*

Eloy Ávalos†

Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Enero 14, 2015

Resumen

El presente documento aborda el estudio de la teoría de la elección social, exponiendo las propiedades necesarias que permitan construir una regla de elección colectiva en base a las preferencias de los individuos miembros de la sociedad. Asimismo, evalúa los criterios de compensación de bienestar.

Palabras claves: Elección social, bienestar social, criterios de compensación de bienestar.

Clasificación JEL: D60, D71.

---

*Artículo desarrollado como notas de clases del curso de Microeconomía para la Escuela Académico - Profesional de Economía de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

†B. Sc. Economía, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Pos-Grado en Economía, Pontificia Universidad Católica del Perú. Profesor Auxiliar del Departamento de Economía de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos e Investigador Asociado al Instituto de Investigaciones Económicas de la Facultad de Ciencias Económicas. Contacto: `eavalosa@unmsm.edu.pe`.

1. El problema de la elección colectiva

1.1. Introducción

La «teoría de la elección colectiva» estudia el cómo una sociedad elige alguna «alternativa» que afecta a cada uno de sus miembros individuales, quienes poseen sus propias preferencias y que podrían estar en conflicto con el resultado social elegido.[1] El criterio paretiano, para comparar diferentes alternativas sociales es inútil para tal propósito, pues implica la unanimidad de todos los miembros o implica el derecho a veto de cualquier individuo.[2]

En consecuencia, la teoría de la elección colectiva trata de responder la siguiente interrogante: ¿qué «propiedades deseables» debe de poseer el resultado social ha elegir? En otros términos, ¿será posible obtener una regla de decisión social tal que la sociedad ordene colectivamente las alternativas sociales?

La teoría de la elección colectiva, se basa en el siguiente juicio de valor,[3]

`Proposición` **1 (Postulado ético)** *Las preferencias de la sociedad sólo dependen de las preferencias de los individuos pertenecientes a esa sociedad, y de nadie que esté fuera de la sociedad.*

1.2. El modelo

Para efectos de nuestro análisis pensaremos en una sociedad abstracta a la que denotaremos como la sociedad Θ. En ella,

i. Existe un «conjunto finito de individuos electores», $\mathcal{J} \subset \bar{\mathbb{N}}$;[4] donde $\mathcal{J} = \{1, \ldots, j, \ldots, J\}$.

ii. Existe un «conjunto X de estados sociales», ω, tal que $|X| \geq 3$.[5]

iii. Las «preferencias del individuo j» se definen por una relación binaria de orden sobre el conjunto de los estados sociales X. Esto es, $\succsim_j\colon X \to X$, $\forall j \in \mathcal{J}$.[6]

iv. Existe una clase de los «órdenes de preferencias admisibles para cada individuo»: $\mathbb{S}(X)$; donde $\mathcal{R} \in \mathbb{S}(X)$ elemento del conjunto, se llamará «perfil de preferencias admisibles», siendo cada elemento el conjunto $\mathcal{R} = \{\succsim_1, \ldots, \succsim_j \ldots, \succsim_J\}$.

v. El «conjunto de mejores alternativas» de entre las pertenecientes al conjunto $S \subseteq X$, acorde a la «regla de ordenación colectiva» $\succsim$, se denotará como $M(S, \succsim)$.[7]

2. Propiedades exigibles del criterio de elección social

Para propósitos de la construcción de la regla de ordenación social $\succsim$ debemos hacer explícitas las propiedades que se verificarán. Algunas de ellas, como veremos, tienen una fundamentación «normativa». Es en este sentido que la satifacción de ciertas propiedades no permitirán obtener resultados «deseables» normativamente.[8] Con propósitos pedagógicos clasificaremos estas propiedades en tres clases:

[1] La teoría de la elección social que aquí tratamos asume que la «sociedad» tiene una entidad propia. Sólo así, bajo este supuesto, desde el punto de vista teórico la idea de «preferencia social» es una idea no independiente de las preferencias individuales de sus miembros. Esto, como veremos más adelante, será una exigencia «ética» de la regla de decisión social que buscamos. Ver [5, p. 56].

[2] Este criterio constituye el fundamento de la teoría clásica del bienestar social.

[3] Llamado por Shone [5, p. 56], como «postulado ético».

[4] Notacionalmente, $\bar{\mathbb{N}} = \{1, 2, 3, \ldots\}$.

[5] Se entenderá por «estado social» al conjunto de vectores de consumo factibles para cada uno de los individuos. Esto es $\omega = \{\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_j, \ldots, \mathbf{x}_J\}$.

[6] Debe recordarse que esta relación de orden, llamada relación de «preferencia débil», verifica las propiedades de completitud, reflexividad y transitividad, por tanto las preferencias del individuo son «racionales».

[7] La notación $\succsim$ a diferencia de $\succsim_j$ se refiere a la ordenación social.

[8] Por supuesto, estas propiedades introducen elementos normativos en el análisis.

lógicas, valorativas económicas y político-institucionales.[9]

Previamente, siguiendo a Shone [5, p. 56] alcanzamos una definición de lo que entenderemos por «regla de decisión colectiva»,

Definición 1 (Regla de decisión colectiva)
Es aquella relación de correspondencia Φ tal que para cualquier conjunto de ordenamientos de preferencias individuales, $\mathcal{R}$, una y sóla una, relación de preferencia social $\succsim$ es determinada. Esto es,

$$\Phi : \mathbb{S}(X) \to \Sigma(X) \tag{1}$$

donde $\Sigma(X)$ es el conjunto de órdenes sociales.

2.1. Propiedades lógicas

La relación binaria de «preferencia social» $\succsim: X \to X$, representa las preferencias o regla de ordenación colectiva de la sociedad. Es un preorden completo, es decir, se asume que verifica las propiedades de reflexividad, completitud y transitividad.[10] Esto es,

Axioma 1 (Reflexividad)
Frente a dos alternativas que representan el mismo estado social, la sociedad no puede desestimar una alternativa frente a la otra. Esto es,
$\forall \omega \in X,\ \omega \succsim \omega$

Luego, cada estado de la economía será considerada por lo menos como tan socialmente preferido como así mismo.

Axioma 2 (Completitud)
La sociedad, frente a dos estados sociales diferentes, nos puede indicar si uno de ellos no es superior al otro o nos indicará si no existe estado social que sea despreciable frente a otro. Así,
$\forall \omega, \omega', \in X,\ \omega \succsim \omega' \vee \omega' \succsim \omega$

La preferencia social estricta $\succ$ y la indiferencia social $\sim$ son posibles de acuerdo a este axioma y se definen de acuerdo al primitivo $\succsim$. Por tanto, para el primer caso señalaremos $\omega \succ \omega'$ si ω es socialmente superior a ω'; y para el segundo caso, $\omega \sim \omega'$ si ambos estados sociales son socialmente equivalentes.

La incompletitud no es impedimento para obtener un conjunto $M(S, \succsim)$ no vacío.

`Ejemplo 1` *Sea el conjunto $X = \{\omega_1, \ldots, \omega_q, \omega_{q+1}, \ldots, \omega_Q\}$ para el cual se cumple:*

- $\omega_r \succsim \omega_{r+1},\ r = 1, \ldots, Q$ *y* $r \neq q, q+1$.
- $\neg\omega_q \succsim \omega_{q+1} \wedge \neg\omega_{q+1} \succsim \omega_q$

Entonces, existe en X un preorden incompleto. Luego, es factible obtener $M(X, \succsim) = \{\omega_1\}$.[11]

Axioma 3 (Transitividad)
La sociedad, tomando los estados sociales en ternas, los ordena de forma consistente,
$\forall \omega, \omega', \omega'' \in X,\ (\omega \succsim \omega' \wedge \omega' \succsim \omega'') \Rightarrow \omega \succsim \omega''$

`Ejemplo 2` *Sea $|\mathcal{J}| = 3$ y $|S| = 3$; donde, para $\mathcal{R}^0$ se tiene:*

[9] El siguiente desarrollo sigue a Segura [4].
[10] En conjunto, estas propiedades se denominan como la *condición de triple libertad*. Ver [3, p. 138].
[11] En este ejemplo, es implícito que $S = X$.

- $\succsim_1^0$: $\omega \succ_1^0 \omega' \sim_1^0 \omega''$
- $\succsim_2^0$: $\omega \succ_2^0 \omega'' \succ_2^0 \omega'$
- $\succsim_3^0$: $\omega'' \succ_3^0 \omega \succ_3^0 \omega'$

Luego, $\omega \succ \omega''$ y $\omega'' \succ \omega'$; entonces $\omega \succ \omega'$.

La transitividad no es una condición necesaria para obtener el conjunto $M(S, \succsim)$ no vacío. Es posible que una sociedad haga una elección, aunque inconsistente.

Además, supondremos que la sociedad posee una regla de decisión social flexible tal que acepta cualquier valor o regla de elección individual $\succsim_j$, $\forall j \in \mathcal{J}$. En consecuencia, la relación de orden $\succsim$ posee la propiedad siguiente,

Axioma 4 (Dominio Universal) [12]
Para cualquier conjunto de preferencias individuales existe una y sólo una única regla de decisión colectiva $\succsim$. Esto es,
$\forall \mathcal{R} \in \mathbb{S}(X),\ \exists \succsim : \succsim = \Phi(\mathcal{R})$

Así, de cualquier conjunto de preferencias individuales podemos obtener una regla de decisión colectiva. Queda así establecido un cierre o la completitud respecto a la obtención de $\succsim$. La correspondencia queda denotada por Φ.

2.2. Propiedades de valoración económica

La relación binaria social $\succsim$ definida en X además cumple ciertas propiedades valorativas desde el punto de vista económico.

La primera propiedad valorativa establece que el estado social elegido por la sociedad, dadas las preferencias individuales, los perfiles de preferencias y sea cualquiera el conjunto S; no se vea afectado por cambios en las preferencias sobre estados sociales que no pertenecen al conjunto de $S \subseteq X$. Por tanto, enunciamos,

Axioma 5 (Indepedencia de Alternativas Irrelevantes)
Los estados sociales $\omega \notin S \subset X$, no deben influir para nada en la elección social que se efectúe con la regla $\succsim$ sobre $S \subset X$. Esto es,
$\forall \omega, \omega' \in S, \forall S \subset X, \forall \mathcal{R}^0, \mathcal{R}^1 \in \mathbb{S}(X) \wedge \forall j \in \mathcal{J}, (\omega \succsim_j^0 \omega' \Leftrightarrow \omega \succsim_j^1 \omega') \Rightarrow M(S, \succsim^0) = M(S, \succsim^1)$

`Ejemplo 3` *Sea $X = \{\omega_1, \ldots, \omega_5\}$ y $S = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$. Se sabe que la diferencia entre $\mathcal{R}^0$ y $\mathcal{R}^1$ es que para j ahora $\omega_4 \succ_j^1 \omega_1$. Si se tenía $M(S, \succsim^0) = \{\omega_1\}$, este resultado no cambiará con $\mathcal{R}^1$ a pesar que j cambió sus preferencias entre ω_1 y ω_4.*

Finalmente, otra propiedad ética exige que si la regla de decisión social se muestra indiferente entre dos estados sociales para una estructura de preferencias y luego se produce un cambio en la misma, de $\mathcal{R}^0$ a $\mathcal{R}^1$, debido a que un individuo j con $\succsim^0$ revelaba indiferencia entre ambos estados sociales y luego con $\succsim^1$ pasa a preferir una sobre la otra.

Axioma 6 (Sensibilidad) [13]
La regla de decisión colectiva es sensible a los cambios marginales en la estructura de preferencias individuales. $\forall \omega, \omega' \in X, \forall \mathcal{R}^0, \mathcal{R}^1 \in \mathbb{S}(X) \wedge \forall j \in \mathcal{J}$,
$[(\omega \succ_j^0 \omega' \Leftrightarrow \omega \succ_j^1 \omega') \wedge (\omega \sim_j^0 \omega \Leftrightarrow \omega \succsim_j^1 \omega')] \wedge \exists j' \in \mathcal{J} : \neg[(\omega \sim_{j'}^0 \omega' \wedge \omega \succ_{j'}^1 \omega') \Leftrightarrow (\omega' \succ_{j'}^0 \omega \wedge \omega \succsim_{j'}^1 \omega')] \Rightarrow (\omega \succsim^0 \omega' \Rightarrow \omega \succ^1 \omega')$

`Ejemplo 4` *Sea $|\mathcal{J}| = 4$ y $|S| = 3$; donde, para $\mathcal{R}^0$ se tiene:*

[12] También llamada *propiedad de dominio no restringido*. Ver [4, p. 515].
[13] Tambíén llamado *axioma de simpatía*. Ver [5, p. 57].

- $\succsim_1^0$: $\omega \succ_1^0 \omega' \sim_1^0 \omega''$
- $\succsim_2^0$: $\omega \succ_2^0 \omega'' \succ_2^0 \omega'$
- $\succsim_3^0$: $\omega'' \succ_3^0 \omega \succ_3^0 \omega'$
- $\succsim_4^0$: $\omega'' \succ_4^0 \omega \succ_4^0 \omega'$

Luego, $M(S, \succsim^0) = \{\omega, \omega''\}$. Ahora, para $\mathcal{R}^1$, donde el individuo 4 cambio de preferencia entre ω y ω'', se tiene:

- $\succsim_1^1$: $\omega \succ_1^1 \omega' \sim_1^1 \omega''$
- $\succsim_2^1$: $\omega \succ_2^1 \omega'' \succ_2^1 \omega'$
- $\succsim_3^1$: $\omega'' \succ_3^1 \omega \succ_3^1 \omega'$
- $\succsim_4^1$: $\omega \succ_4^1 \omega'' \succ_4^1 \omega'$

Luego, $M(S, \succsim^1) = \{\omega\}$.

2.3. Propiedades político - institucionales

La relación binaria social $\succsim$ definida en X adebe cumplir con algunas propiedades políticamente deseables.

Primero, deseamos que en la sociedad Θ no exista un individuo decisivo en todas las elecciones, indepedientemente de las preferencias del resto de individuos. Enunciamos la propiedad:

Axioma 7 (No dictador)
La regla de decisión social no depende exclusivamente de las preferencias de alguno de los miembros de la sociedad. Las preferencias de ningún individuo define la regla de decisión social. Por tanto,
$\neg \exists j \in \mathcal{J} : \forall \omega, \omega' \in X,\ \omega \succ_j \omega' \Rightarrow \omega \succ \omega'$

Asimismo, deseamos que las preferencias sociales no estén personalizadas. Ningún individuo es más importante que cualquier otro.

Axioma 8 (Anonimato)
La regla de decisión social ordena los estados sociales independientemente de las preferencias particulares de cualquiera de los miembros de la sociedad. Las preferencias de cada uno de los individuos miembros son de «igual» importantes.
$\forall \omega, \omega' \in X,\ \omega \Phi(\mathcal{R}^0) \omega' \Rightarrow \omega \Phi(\mathcal{R}^1) \omega',\ \mathcal{R}^1 = Permut(\mathcal{R}^0)$

`Ejemplo 5` *Sea $|J| = 3$ y $|S| = 3$. Para $\mathcal{R}^0$ se tiene:*

- $\succsim_1^0$: $\omega'' \succ_1^0 \omega \sim_1^0 \omega'$
- $\succsim_2^0$: $\omega'' \succ_2^0 \omega' \succ_2^0 \omega$
- $\succsim_3^0$: $\omega' \succ_3^0 \omega'' \succ_3^0 \omega$

Luego, $M(S, \succsim^0) = \{\omega''\}$. Para $\mathcal{R}^1$, se tiene un itercambio de posición entre los individuos 2 y 3:

- $\succsim_1^1$: $\omega'' \succ_1^1 \omega \sim_1^1 \omega'$
- $\succsim_2^1$: $\omega' \succ_2^1 \omega'' \succ_2^1 \omega$
- $\succsim_3^1$: $\omega'' \succ_3^1 \omega' \succ_3^1 \omega$

En consecuencia, $M(S, \succsim^1) = \{\omega''\}$.

Por último, se requiere la existencia de cierta estructura de preferencias individuales que genera un conjunto $M[S, \Phi(\mathcal{R})] \neq \emptyset$.

Axioma 9 (No imposición externa)
La elección del estado social se define únicamente a partir de las preferencias individuales de los miembros de la sociedad y no de las que no pertenecen a ella.
$\forall \omega, \omega' \in S \subseteq X \wedge \forall \mathcal{R} \in \mathbb{S}(X), \neg \exists \omega :\ \omega \succ \omega'$

De lo expuesto, se añade que sólo los tres primeros axiomas son estrictamente lógicos. El axioma de dominio universal también es una propiedad lógica, sólo que adicionalmente deja traslucir cierto juicio de valor: la preferencia por una regla social flexible.

Los axiomas 2 - 9 son explícitamente juicios de valor, expresan el *postulado ético* sobre el cual se fundamenta la teoría de la elección colectiva.

3. Algunas reglas de decisión social

A la luz de las propiedades enunciadas haremos un breve análisis de algunas reglas de decisión social:

3.1. Regla de la moral absoluta (Regla de la tradición)

Asume la existencia de una «verdad moral» que determina las opciones deseables y las no deseables por encima de las preferencias individuales.

Sea $\succsim^*$ el orden que establece la regla de la moral absoluta. Así, $\forall \mathcal{R} \in \mathbb{S}(X)$, $\Phi(\mathcal{R}) = \succsim^*$. Luego, para algunos estados sociales pertenencientes a $S \subset X$ dicho código verifica las siguientes propiedades:

- Dominio universal. En esta regla, cualquier estructura de preferencias individuales $\{\succsim_1, \ldots, \succsim_J\}$ es compatible con el código.
- Independencia de alternativas irrelevantes. Las alternativas que no pertenecen a S, para la aplicación de esta regla no se tienen en cuenta.
- No dictadura. En tanto que el código moral no es dictado ni interoretado por un agente concreto.

El código moral absoluto no verifica las propiedades de sensibilidad, no imposición externa y tampoco la regla paretiana.

3.2. Regla de la votación por mayoría

Esta regla establecerá para un perfil cualquiera de preferencias individuales el siguiente orden:

$$\forall \omega, \omega' \in S \qquad \omega \Phi(\mathcal{R}) \omega' \Leftrightarrow |\{j \in \bar{\mathbb{N}} : \omega \succsim_j \omega'\}| \geq |\{j' \in \bar{\mathbb{N}} : \omega' \succsim_{j'} \omega\}| \tag{2}$$

La votación por mayoría satisface las propiedades de independencia de alternativas irrelevantes, el principio paretiano, la sensibilidad, la no dictadura, anonimato y no imposición externa. Incumple la transitividad.

`Ejemplo 6` *Para el caso específico $|\mathcal{J}| =$ y $|S| = 3$, se tiene la «paradoja de la votación»,*[14] *donde:*

- $\succsim_1$: $\omega \succ_1 \omega' \succ_1 \omega''$
- $\succsim_2$: $\omega' \succ_2 \omega'' \succ_2 \omega$
- $\succsim_3$: $\omega'' \succ_3 \omega \succ_3 \omega'$

Luego, $M(S, \succsim) = \emptyset$; ya que $\Phi(\mathcal{R})$ no establece un orden consistente en S.

Una posible «solución» al incumplimiento de la transitividad es hacer indiferentes entre sí los estados que son parte de la ciclicidad de preferencias.

[14]También conocido como «la circularidad de Condorcet».

3.3. Regla de la votación cardinal (Regla de Borda)

Esta regla establece que cada individuo de cierto puntaje a cada elemento de S; tal que si un estado es socialmente al menos tan preferido sobre otro, entonces la suma de puntajes asignados del primero sea no menor que la suma correspondiente al segundo estado.

En esta regla podemos encontrar dos variantes:

1. Regla débil. Sea la función de puntaje individual dada por $p_j(\omega) : S \subset X \to \mathbb{N}$ y la función de puntaje agregado $p(\omega) : S \subset X \to \mathbb{N}$ donde $p(\omega) = \sum_{j=1}^{J} p_j(\omega)$. Luego, la regla de votación cardinal definirá un orden según,
$$\forall \omega, \omega' \in S \subset X;\ \omega\Phi(\mathcal{R})\omega' \Leftrightarrow p(\omega) \geq p(\omega') \tag{3}$$
2. Regla fuerte. Sea la función de puntaje individual dada por $p_j(\omega) : X \to \mathbb{N}$ y la función de puntaje agregado $p(\omega) : X \to \mathbb{N}$ donde $p(\omega) = \sum_{j=1}^{J} p_j(\omega)$. Luego, la regla de votación cardinal definirá un orden según,
$$\forall \omega, \omega' \in S \subset X;\ \omega\Phi(\mathcal{R})\omega' \Leftrightarrow p(\omega) \geq p(\omega') \tag{4}$$

La regla en general cumple las propiedades de no dictador y del criterio paretiano. En tanto que la regla débil cumple la propiedad de independencia de alternativas irrelevantes incumple la transitividad. La regla fuerte puede conducir a la indiferencia social de todas las alternativas, incumpliendo la independencia de alternativas irrelevantes.

4. Observaciones sobre las propiedades

Consideremos las siguientes obervaciones:

1. La propiedad de completitud no es condición necesaria para que la sociedad elija al menos un estado social.

   `Ejemplo 7` *Sea el conjunto $S = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, sobre el que se verifica:*

   - $(\omega_1 \succsim \omega_2 \wedge \neg\omega_2 \succsim \omega_1) \Rightarrow \omega_1 \succ \omega_2$.
   - $(\omega_1 \succsim \omega_3 \wedge \neg\omega_3 \succsim \omega_1) \Rightarrow \omega_1 \succ \omega_3$.
   - $(\neg\omega_2 \succsim \omega_3 \wedge \neg\omega_3 \succsim \omega_2) \Rightarrow$ *no se puede establecer un orden entre ω_2 y ω_3.*

   Luego, $M(S, R) = \{\omega_1\}$ aún incumpliéndose la completitud.

2. La propiedad de transitividad no es imprescindible.

   `Ejemplo 8` *Sea la situación inicial ω_1 y el conjunto $X = \{\omega_1, \ldots, \omega_Q\}$ para el cual se cumple:*

   - $\omega_q \succ \omega_{q+1}$, $q = 1, 2. \ldots, Q - 1$.

   Luego, teniendo $\omega_1 \sim \omega_Q$ será suficiente para obtener $\omega_Q \notin M(X, \succsim)$.

   Otras condiciones menos exigentes que la transitividad, enunciadas en Segura [4, p 515], que garanticen cierto grado de coherencia son:

   - **Cuasitransitividad**.
     $\forall \omega, \omega', \omega'' \in X;\ (\omega \succ \omega' \wedge \omega' \succ \omega'') \Rightarrow \omega \succ \omega''$
   - **Aciclicidad**.
     $\forall \omega, \ldots, \omega^q \in X;\ \omega \succ \omega' \succ \ldots \succ \omega^{q-1} \succ \omega^q \Rightarrow \omega \succsim \omega^q$

- **Condición β.**
  $\forall \omega, \omega' \in M(S_1 \subset S_2, \succsim); \omega \in M(S_2, \succsim) \Leftrightarrow \omega' \in M(S_1, \succsim)$

La transitividad es una propiedad más fuerte, ésta implica la cuasitransitividad. Luego ésta última implica la aciclicidad. La condición-beta no es una propiedad necesaria para la aciclicidad.

3. Una propiedad más restrictiva que la independencia de alternativas irrelevantes es aquella que exige que el cambio de $\mathcal{R}^0$ a $\mathcal{R}^1$ no cambie la elección coleciva. Esto es, para dos pares cualesquiera de estados sociales cuyas ordenaciones individuales son inequívocas en dos estructuras distintas de preferencias, la sustitución del primer par por el segundo en las comparaciones de dos en dos debe mantener el mismo orden de preferencias en $\succsim^0$ y $\succsim^1$.

   - **Neutralidad.**
     $\forall \omega, \omega', \omega'', \omega''' \in S, \forall S \subset X, \forall \mathcal{R}^0, \mathcal{R}^1 \in \mathbb{S}(X) \wedge \forall j \in \mathcal{J},$
     $[(\omega \succsim_j^0 \omega' \Leftrightarrow \omega'' \succsim_j^1 \omega''') \wedge (\omega' \succsim_j^0 \omega \Leftrightarrow \omega''' \succsim_j^1 \omega'')] \Rightarrow [(\omega \succsim^0 \omega' \Leftrightarrow \omega'' \succsim^1 \omega''') \wedge (\omega' \succsim^0 \omega \Leftrightarrow \omega''' \succsim^1 \omega'')]$

4. Las propiedades de independencia de alternativas irrelevantes y de sensibilidad pueden reemplazarse por la condición de Pareto. Esto es, si todos los miembros de la sociedad consideran un estado social como no despreciable frente a otro, dado cualquier perfil de preferencias; entonces la sociedad, de acuerdo a la regla decisión social, recogerá el mismo criterio de ordenación.

   - **Principio de Pareto**
     $\forall \omega, \omega', \in X, \forall \mathcal{R} \in \mathbb{S}(X) \wedge \forall j \in \mathcal{J}, \omega \succsim_j \omega' \Rightarrow \omega \Phi(\mathcal{R}) \omega'$

   Si esta propiedad exige la «unanimidad» como única regla de decisión colectiva; entonces no se podrán ordenar varias situaciones posibles, como es el caso de aquellas situaciones donde al menos uno de los individuos miembros del colectivo posee preferencias disidentes en relación a todo el resto. Cualquier regla de decisión colectiva considerará a ω mejor que ω' si todos los miembros del colectivo así lo consideran.

   `Ejemplo 9` *Sea* $\mathcal{R} \in \mathbb{S}(X) \wedge \forall j \in \mathcal{J}; \neg\exists \omega \in X : \omega \succsim_j \omega^*$; *entonces* $\omega^* \succ \omega$.

5. Una proposición más restrictiva que la condición de no dictador es aquella que impide la existencia de un individuo con derecho a veto.

   - **No dictador débil**
     $\forall \omega, \omega' \in X, \neg\exists j \in \mathcal{J} : \omega \succ_j \omega' \Rightarrow \neg\omega' \succ \omega$

5. Funciones de bienestar social

En primer lugar precisaremos algunos términos utilizados por el momento de forma indistinta.

Definición 2 (Función de binestar social, FBS)
Es aquella regla de decisión colectiva Φ que implica un cuasiorden completo y transitivo de todas las alternativas sociales pertenecientes al conjunto no vacío $S \subset X$.

Definición 3 (Función de decisión social, FDS)
Es aquella regla de decisión colectiva Φ no transitiva que garantiza la existencia de la función de elección $M(S, \succsim) : S \rightarrow S^*$, $\forall S \subset X, S \neq \emptyset$.

5.1. Teoremas de imposibilidad

Entre una y otra clase de regla de decisión colectiva existen algunos supuestos que impiden la generación de un criterio u otro. Así, los conjuntos de propiedades deseadas para una regla de elección social, que tomados en grupo impiden generar la regla de decisión colectiva, se formularán como un «teorema de imposibilidad». Entre los conocidos tenemos:

Teorema 1 (Teorema de imposibilidad de Arrow)
Para $|\mathcal{J}| \geq 2$ y $|S| \geq 3$, toda función de bienestar social que satisfaga la transitividad, dominio universal, independencia de alternativas irrelevantes y la condición de Pareto incumple la propiedad de no dictador.

No debe interpretarse este teorema como si sostuviese que es imposible construir una teoría de la elección colectiva. Pues, ¿es necesaria una función de bienestar social para una teoría de la elección colectiva?, ¿son imprescindibles las propieades transitividad, dominio universal, independencia de alternativas irrelevantes, principio de Pareto y no dictadura?

`Ejemplo 10` *Sea una sociedad de J individuos que posee una relación de orden colectivo lexicográfica $\overset{L}{\succ}$. Esto es,*

$$\forall \omega, \omega' \in X, \omega \overset{L}{\succ} \omega' \Leftrightarrow [\omega \succ_j \omega' \vee (\omega \sim_j \omega' \wedge \omega \succ_{j+1} \omega')], \quad j = 1, 2, \ldots, J-1. \tag{5}$$

Aquí no se verifica la propiedad de no dictadura, pues el individuo 1 puede ser un dictador.

Por otro lado, la función de bienestar social exige la propiedad de transitividad. Luego, dada la no imprenscidibilidad de esta propiedad, bastaría una función de decisión colectiva.

Flexibilizando la propiedad de consistencia, sustituyendo la propiedad de transitividad por la de cuasitransitividad iremos del campo de las funciones de bienestar social al campo de la funciones de decisión colectiva.

`Ejemplo 11` *Aquellas funciones de decisión colectiva donde:*

$$\forall \omega, \omega' \in X, (\neg \omega \succsim \omega' \wedge \neg \omega' \succsim \omega) \Rightarrow M(S, \succsim) = \{\omega, \omega'\} \tag{6}$$

Se incumple la propiedad de no dictadura débil pues cada individuo j tiene derecho a veto.

Nótese en el ejemplo anterior el cumplimiento de la propiedad no dictador. Entonces,

Teorema 2 (Teorema de imposibilidad de Mas-Colell - Sonnenschein)
Toda función de decisión social que satisfaga la cuasitransitivdad, dominio universal, independencia de alternativas irrelevantes y condición paretiana incumple la propiedad de no dictadura débil.

Ahora, dado que la propiedad cuasitransitividad es más estricta que la propiedad de aciclicidad y que la relación de orden social $\succsim$ es una relación binaria completa; entonces la aciclicidad es condición suficiente y necesaria para la existencia de la función $M(S, R)$, $\forall S \subset X$ no vacío. Luego, una función de decisión social que verifique las propiedades independencia de alternativas irrelevantes, condición paretiana y aciclicidad implica la existencia de un grupo de individuos, que si son unánimes, pueden actuar como «un dictador débil».[15] Por tanto,

Teorema 3 (Teorema de imposibilidad de Brown)
Toda función de decisión social que satisfaga aciclicidad, dominio universal, independencia de alternativas irrelevantes y condición paretiana incumple la propiedad no dictador débil.

Respecto a las reglas de decisión colectiva, se enuncia

[15]Una «oligarquía débil».

Teorema 4 (Teorema de May)
Las propiedades de dominio universal, regla de Pareto, anonimato, neutralidad y sensibilidad son necesarias y suficientes para caracterizar la regla de la votación por mayoría.

En conclusión, cuando se comparan estados sociales en cadena, bajo el cumplimiento de las propiedades de dominio universal, independencia de alternativas irrelevantes y condición paretiana; existe una sustituibilidad entre las propiedades lógicas y el grado de autoritarismo del sistema. Luego, si no eliminamos las propiedades de dominio universal y la regla paretiana, ¿qué ocurre con la propiedad de independencia de alternativas irrelevantes?

5.2. Cardinalidad y comparabilidad

La propiedad de independencia de alternativas irrelevantes implica una resolución con una función de elección $M[S, \succsim(S)]$, donde $\succsim(S) = \Phi(\{\succsim_1(S), \ldots, \succsim_J(S)\})$. Los elementos $\omega \notin S$ no serán relevantes.

Teorema 5 (Teorema de Hildreth)
La propiedad de independencia de alternativas irrelevantes impide la cardinalización de la utilidad individual y las comparaciones interpersonales de utilidad.

Consideramos una función de utilidad $u_j : X \to S$ que representa las preferencias del $j-$ésimo individuo, $j \in \mathcal{J}$. Además, sea el conjunto de funciones de utilidad admisibles del individuo j, $\mathcal{U}_j = \{u_{j0}, u_{j1}, \ldots, u_{jn}, \ldots u_{jN}\}$. La cardinalidad implica que toda transformación lineal creciente de la función u_{jn} representa las preferencias. Esto es,

$$\forall u_{jn} \in \mathcal{U}_j,\ u'_{jn} = \alpha_j + \beta_j u_{jn} \quad \forall \alpha_j, \beta_j > 0 \tag{7}$$

donde $u'_{jn} \in \mathcal{U}_j$.

`Ejemplo 12` *Considérese:* $|X| = 5$ *y* $S = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ *donde para* $\mathcal{R}$*, se tiene:*

- *1:* $\omega_5 \succsim_1 \omega_4 \succsim_1 \omega_1 \succsim_1 \omega_2 \succsim_1 \omega_3$

Sea la unidad de medida $u_{jn}(\omega_5) - u_{jn}(\omega_4) = \beta_j$*. Comparando* ω_3 *y* ω_1*, interesa ver*

$$u_{jn}(\omega_1) \geq u_{jn}(\omega_3) \tag{8}$$

Realizando una transformación lineal creciente, se obtiene:

$$[u_{jn}(\omega_5) - u_{jn}(\omega_4)][u_{jn}(\omega_1) - u_{jn}(\omega_3)] \geq 0 \tag{9}$$

Que $[u_{jn}(\omega_1) - u_{jn}(\omega_3)] \geq 0$ *depende de* ω_4*,* $\omega_5 \notin S$*. En consecuencia, no se verifica la propiedad de independencia de alternativas irrelevantes.*

La comparabilidad interpersonal está impedida por la propiedad de indepedencia.

`Ejemplo 13` *Sea* $S = \{\omega_1, \omega_2\}$ *y las preferencias del* $j-$*ésimo individuo sobre* X*:*

- $\succsim_j$*:* $\omega_1 \succ_j \omega_2 \succ_j \omega_3 \succ_j \ldots \succ_j \omega_{q-1} \succ_j \omega_q \Rightarrow \omega_1 \succ_j \omega_q$
- $\succsim'_j$*:* $\omega_1 \succ'_j \omega_3 \succ'_j \omega_4 \succ'_j \ldots \succ'_j \omega_q \succ'_j \omega_2 \Rightarrow \omega_1 \succ'_j \omega_2$

Si se cumple la propiedad de independencia de alternativas irrelevantes; si la diferencia entre $\succsim$ *y* $\succsim'$ *se debe únicamente a* $\succsim_j$ *y* $\succsim'_j$ *tendremos* $M(S, \succsim) = M(S, \succsim')$*. Pero, si existe comparación interpersonal débil, por la propiedad de sensibilidad es factible obtener* $M(S, \succsim) = \{\omega_1, \omega_2\}$ *y* $M(S, \succsim') = \{\omega_1\}$*. Sin embargo, de acuerdo a la independencia de alternativas irrelevantes se tiene que la valoración de* ω_1 *y* ω_2 *en* $\succsim'$ *se da a través de* $\omega_3, \ldots, \omega_q \notin S$*.*

5.3. Marcos informacionales

Sea una sociedad Θ, con un conjunto finito de agentes, $\mathcal{J} = \{1, \ldots, j, \ldots, J\}$ y sea un conjunto de estados sociales X, tal que $|X| \geq 3$. Las preferencias de $j \in \mathcal{J}$ están representadas por la función de utilidad $u_j : X \to \mathbb{R}$. Sea $\mathbb{U}(X)$ la clase de las funciones de utilidad sobre X, donde todo elemento de $\mathbb{U}(X)$ se denomina *perfil de preferencias*: $\mathbf{u}$. Existe un conjunto de *preórdenes sociales admisibles* sobre X: $\Sigma(X)$.

Definición 4 (Funcional de bienestar social) *Es aquella función $\Phi : \mathbb{U}(X) \to \Sigma(X)$ que asocia a cada perfil de preferencias un preorden social admisible.*

Definición 5 (Función de bienestar social) *Es aquella función $W : \mathbb{U}(X) \to \mathbb{R}$ que asocia a cada perfil de preferencias un número real.*

Recuérdese que $\Phi : \mathbb{S}(X) \to \Sigma(X)$. Esto es, $\succsim = \Phi(\mathcal{R})$, $\mathcal{R} = \{\succsim_1, \ldots, \succsim_J\}$. Además, $u_j : X \to X$ donde $u_j(\omega) \geq u_j(\omega') \Leftrightarrow \omega \succsim_j \omega'$. Así, $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_J)$ se corresponde a $\mathcal{R}$. La definición [4] implica $\Phi : \mathbf{u} \to \succsim$. Esto es, $\succsim = \Phi(\mathbf{u})$, lo que no es más que una forma funcional de la regla de decisión colectiva $\succsim = \Phi(\mathcal{R})$. Por último, de la definición [5], se tiene $W : \mathbf{u} \to W(\mathbf{u})$. Es decir, $W(\mathbf{u})$ es aquella función que representa las preferencias sociales. Así, debemos tener $W[u_1(\omega), \ldots, u_J(\omega)] \geq W[u_1(\omega'), \ldots, u_J(\omega')] \Leftrightarrow \omega \succsim \omega'$.

Luego, es importante establecer cuánta información nos proporcionan las funciones de utilidad para determinar qué procedimientos de agregación de preferencias son posibles. Sea Ψ el conjunto de transformaciones invariantes de funciones $\psi(\cdot)$ tal que $W[\psi(u_j), \ldots, \psi(u_J)]$. Es decir

$$\Psi^T = \{\psi : \ \psi : \mathbb{U} \to \mathbb{U}\} \tag{10}$$

Luego, si $\mathbf{u}$ y $\mathbf{u}'$ pertenecen a $\mathbb{U}$ donde $\mathbf{u}' = \psi_r(\mathbf{u})$ para $\psi_r \in \Psi_r^T$. Así, $\Phi(\mathbf{u}) = \Phi(\mathbf{u}')$. En consecuencia, $\mathbf{u}$ y $\mathbf{u}'$ son vectores de funciones informativamente indistinguibles.

`Ejemplo 14` *Para todo perfil $\mathbf{u}'$ de la forma $\mathbf{u}' = \psi(\mathbf{u})$, donde $\psi \in \Psi^T$ se debe verificar para un par de estados cualesquiera ω,ω' pertenecientes a X; donde $\mathbf{u}(\omega) = \hat{\mathbf{u}}$, $\mathbf{u}(\omega') = \tilde{\mathbf{u}}$, $\mathbf{u}'(\omega) = \hat{\mathbf{u}}'$ y $\mathbf{u}'(\omega') = \tilde{\mathbf{u}}'$,*

$$W(\hat{\mathbf{u}}) \geq W(\tilde{\mathbf{u}}) \Leftrightarrow W(\hat{\mathbf{u}}') \geq W(\tilde{\mathbf{u}}')$$

Finalmente, cuanto más pequeño es el conjunto Ψ^T, mayor es la información utilizable y menores serán las restricciones que se imponen sobre el ordenamiento social.

6. Conjuntos de transformaciones invariantes

Previamente, formulamos las siguientes definiciones:

Definición 6 (Comparabilidad total) *Cuando sólo se admite en el conjunto $\mathcal{U}_j$ cualquier función de utilidad $u_j(\cdot)$ siempre que $\forall j \in \mathcal{J}$, $\alpha_j = \alpha$ y $\beta_j = \beta$.*

Si se admite que una sociedad puede comparar el nivel de bienestar así como las variaciones de utilidad de los individuos, entonces se cumple la comparabilidad total. Adicionalmente:

Definición 7 (Comparabilidad parcial) *Cuando se admiten en el conjunto $\mathcal{U}_j$ sólo algunas de las posibles transformaciones lineales.*

Adicionalmente, recuérdese que la cardinalidad supone funciones de utilidad sólo son representables a través de funciones afines de tipo lineal creciente.[16]

[16] Ver la ecuación [7].

6.1. Representación cardinal-comparabilidad total

La clase Ψ^{CC} está compuesta por aquellas transformaciones de tipo $\psi(u_j) = \alpha + \beta u_j$, $\forall j \in \mathcal{J}$. Así, sólo es válida la comparación de niveles como de diferencias de utilidad entre distintos individuos.

`Ejemplo 15` *Función de bienestar de Bentham (o criterio utilitarista):*

$$W(\mathbf{u}) = \sum_{j=1}^{J} u_j(\omega) \tag{11}$$

6.2. Representación ordinal-comparabilidad de nivel

La clase Ψ^{OC} está compuesta por aquellas transformaciones de tipo $\psi(u_j)$, tal que son únicamente representadas por funciones monótonas crecientes, $\psi'(\cdot) > 0$, $\forall j \in \mathcal{J}$. así, la sociedad puede comparar los niveles de utilidad de los distintos individuos.

`Ejemplo 16` *Función de bienestar de Rawls:*

$$W(\mathbf{u}) = \min_j [u_j(\omega)] \tag{12}$$

6.3. Representación cardinal-comparabilidad de variaciones

La clase Ψ^{CCU} está compuesta por aquellas transformaciones de tipo $\psi(u_j)$, tal que $\psi(u_j) = \alpha_j + \beta u_j$, $\beta > 0$ y $\forall j \in \mathcal{J}$. Así, la sociedad puede comparar diferencias de utilidad pero no indica nada sobre su nivel de bienestar.

`Ejemplo 17` *Función de bienestar de Nash generalizado:*

$$W(\mathbf{u}) = \prod_{j=1}^{J} [u_j(\omega) - u_j(\tilde{\omega})]^{\delta_j}, \quad \sum_{j=1}^{J} \delta_j = 1 \tag{13}$$

donde $\tilde{\omega}$ representa una situación de statu-quo.

6.4. Representación cardinal-no comparabilidad

La clase Ψ^{CN} está compuesta por aquellas transformaciones de tipo $\psi(u_j) = \alpha_j + \beta_j u_j$, $\forall j \in J$. Entonces, la sociedad no puede comparar las variaciones o los niveles de utilidad de los individuos. Sin embargo, existe una representación cardinal de las preferencias.

`Ejemplo 18` *Función de bienestar de Nash:*

$$W(\mathbf{u}) = \prod_{j=1}^{J} [u_j(\omega) - u_j(\tilde{\omega})] \tag{14}$$

donde $\tilde{\omega}$ representa una situación de statu-quo.

6.5. Representación ordinal-no comparabilidad

La clase Ψ^{ON} está compuesta por aquellas transformaciones de tipo $\psi(u_j)$ donde $\psi' > 0$, $\forall j \in \mathcal{J}$. Por tanto, la sociedad no puede comparar las variaciones o los niveles de utilidad de los individuos. Existe una representación ordinal de las preferencias.

`Ejemplo 19` *Cuentas de Borda: función de puntaje individual:* $p_j(\omega) : S \subset X \to \mathbb{N}$ *y función de puntaje agregado* $p(\omega) : S \subset X \to \mathbb{N}$ *donde* $p(\omega) = \sum_{j=1}^{J} p_j(\omega)$*,*

$$\forall \omega, \omega' \in S \subset X;\ \omega \Phi(\mathcal{R}) \omega' \Leftrightarrow p(\omega) \geq p(\omega') \tag{15}$$

Cuánto mayor información proporcionen las funciones de utilidad (cardinalidad y comparabilidad) existirá mayor posibilidad de encontrar reglas de elección colectivas.

	No Comparabilidad	Comparabilidad Total	
		Nivel	Variaciones
Ordinal	Regla de de Borda	Rawls	Nash generalizado
Cardinal	Nash	Bentham	

Cuadro 1: Cardinalidad y comparabilidad.

Gráficamente,

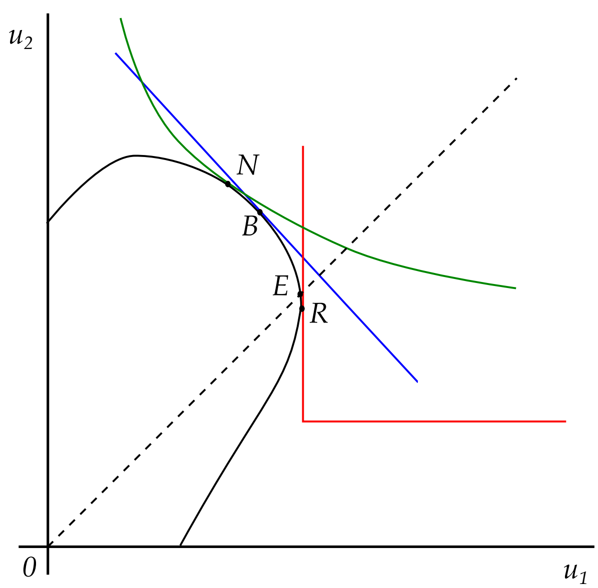

Figura 1: Curvas de isobienestar.

7. Criterios de compensación

7.1. Clasificación de Pareto

Sean los estados sociales ω_1 y ω_2 pertenecientes a X, se dice ω_1 Pareto superior a ω_2, $\omega_1 \overset{\mathbb{P}}{\succ} \omega_2$, si se verifica

$$\omega_1 \succsim_j \omega_2, \forall j \in \mathcal{J} \wedge \exists j' : \omega_1 \succ_{j'} \omega_2$$

7.2. Criterio de Kaldor

Sea una situación o estado social inicial ω_1 y un estado social final ω_2. La situación final es preferible socialmente a la situación inicial si los beneficiarios por el cambio pueden compensar a los perjudicados por el cambio.

$$\forall \omega_1, \omega_2 \in X, \omega_2 \overset{\mathbb{K}}{\succ} \omega_1 \Leftrightarrow \exists \omega' : [\omega' \in \Lambda(\omega_2) \subset X \wedge \omega' \succ \omega_1] \tag{16}$$

donde $\Lambda(\omega_2)$ es el conjunto de estados sociales posibles de alcanzar a partir del estado potencial ω_2. Es decir: $\omega_2 \overset{\mathbb{K}}{\succ} \omega_1 \Leftrightarrow \exists \omega' \in \Lambda(\omega_2) : \omega' \overset{\mathbb{P}}{\succ} \omega_1$.

7.3. Criterio de Hicks

Sea una situación o estado social inicial ω_1 y un estado social final ω_2. La situación final es preferible socialmente a la situación inicial si los perjudicados por el cambio no pueden pagar a los beneficiados por el cambio para evitarlo.

$$\forall \omega_1, \omega_2 \in X, \omega_2 \overset{\mathbb{H}}{\succ} \omega_1 \Leftrightarrow \neg\exists \omega' : [\omega' \in \Lambda(\omega_1) \subset X \wedge \omega' \succ \omega_2] \tag{17}$$

donde $\Lambda(\omega_1)$ es el conjunto de estados sociales posibles de alcanzar a partir del estado inicial ω_1. Es decir: $\omega_2 \overset{\mathbb{H}}{\succ} \omega_1 \Leftrightarrow \neg\exists \omega' \in \Lambda(\omega_1) : \omega' \overset{\mathbb{P}}{\succ} \omega_2$.

7.4. Criterio de Scitovsky

Este criterio de compensación se verifica el criterio de compensación de Kaldor y el criterio de compensación de Hicks a la vez.

$$\begin{aligned}\forall \omega_1, \omega_2 \in X, \omega_2 \overset{\mathbb{S}}{\succ} \omega_1 \Leftrightarrow [&\exists \omega' : \omega' \in \Lambda(\omega_2) \subset X, \omega' \succ \omega_1 \wedge \\ &\neg\exists \omega'' : \omega'' \in \Lambda(\omega_1) \subset X, \omega'' \succ \omega_2]\end{aligned} \tag{18}$$

Es decir: $\omega_2 \overset{\mathbb{S}}{\succ} \omega_1 \Leftrightarrow (\omega_2 \overset{\mathbb{K}}{\succ} \omega_1 \wedge \omega_2 \overset{\mathbb{H}}{\succ} \omega_1)$.
Gráficamente,

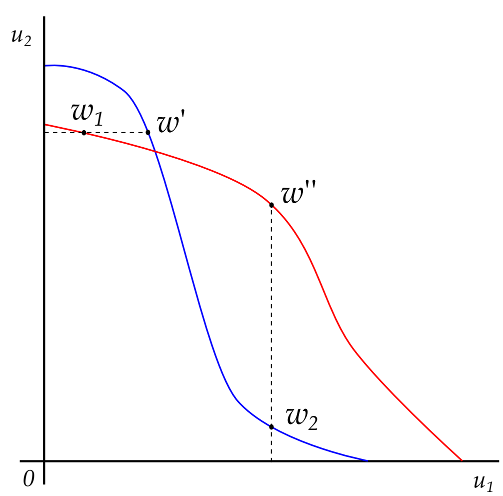

Figura 2: Criterio de Kaldor: $\omega_2 \succ \omega_1$, criterio de Hicks: $\neg\omega_2 \succ \omega_1$ y criterio de Scitovsky: $\neg\omega_2 \succ \omega_1$.

7.5. Criterio de Samuelson

Sea una situación o estado social inicial ω_1 y un estado social final ω_2. La situación final es preferible socialmente a la situación inicial si siempre desde la situación final será posible compensar a los perjudicados.

$$\forall \omega_1, \omega_2 \in X, \omega_2 \overset{\mathbb{N}}{\succ} \omega_1 \Leftrightarrow \forall \omega' \in \Lambda(\omega_1), \omega_2 \overset{\mathbb{K}}{\succ} \omega' \tag{19}$$

Es decir: $\omega_2 \overset{\mathbb{N}}{\succ} \omega_1 \Leftrightarrow \forall \omega' \in \Lambda(\omega_1), \exists \omega'' \in \Lambda(\omega_2) : \omega'' \overset{\mathbb{P}}{\succ} \omega'$.

Referencias

[1] Kreps, D. (1996). *Teoría microeconómica*. Madrid: McGraw-Hill.

[2] García-Cobián, R. (1985). «Una versión didáctica del teorema de imposibilidad de Arrow». *Economía*, **8** (15), 115-124.

[3] Quirk, J. y Saposnik, R. (1972). *Introducción a la teoría del equilibrio general y a la economía del bienestar*. Barcelona: Editorial Bosch.

[4] Segura, J. (1986). *Análisis microeconómico*. Madrid: Alianza Editorial.

[5] Shone, R. (1980). *Análisis microeconómico moderno*. Barcelona: Editorial Hispano Europea.

[6] Varian, H. (1994). *Análisis microeconómico*. Barcelona: Editorial Bosch.