Universidad Nacional Mayor de San Marcos
GRUPO DE INVESTIGACIÓN OMEGA BETA GAMMA

El Índice de Desigualdad de Ingreso Relativo. Medición para el Perú: 2004-2017

Eloy Ávalos

Grupo de Investigación Omega Beta Gamma
Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Av. Germán Amézaga 375, Lima CP01

Febrero 21, 2019

Citación sugerida:
ÁVALOS, E. (2019). "El índice de desigualdad de ingreso relativo. Medición para el Perú: 2004-2017".
Documento de Trabajo Omega Beta Gamma 01, Grupo de Investigación Omega Beta Gamma, Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

DOCUMENTO DE TRABAJO

Nº 01 - 2019

Serie de Documentos de Trabajo Omega Beta Gamma

El principal objetivo de la «Serie de Documentos de Trabajo Omega Beta Gamma» es difundir los avances de investigaciones conducentes a futuras publicaciones de artículos científicos así como de textos resultantes del proceso de enseñanza de los profesores del Departamento de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos; incluyendo publicaciones de investigadores nacionales e internacionales de otras instituciones de educación superior.

La «Serie de Documentos de Trabajo Omega Beta Gamma» es promovido y desarrollado por un colectivo de profesores del Departamento de Economía de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Documento de Trabajo Omega Beta Gamma, Nro. 01-2019, febrero 2019.
International Standard Serial Number ISSN 2312-4776

Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Facultad de Ciencias Económicas
Av. Germán Amézaga 375.
Teléfono 619-7000, anexo 2231.
Lima 01
Perú

El Índice de Desigualdad de Ingreso Relativo. Medición para el Perú: 2004-2017*†

Eloy Ávalos‡
Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Febrero 21, 2019

Resumen

El presente documento expone la fundamentación, la formulación y las propiedades de un índice que pretende medir la desigualdad de ingresos basado en el concepto de ingreso relativo de los hogares como unidades perceptoras de ingresos. Finalizaremos con una aplicación empírica del índice para los departamentos del Perú durante el periodo 2004 - 2017.

Palabras claves: Desigualdad distributiva, ingreso relativo, criterio de Nash, bienestar social.

Clasificación JEL: D30, D63.

---

*Este trabajo fue expuesto en el XXI Seminario Taller de Investigación y Posgrado, octubre del 2018, y en el 4th Economic Workshop Omega Beta Gamma, noviembre del 2018; ambos eventos por el Instituto de Investigaciones Económicas de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima - Perú.

†Agradezco a mis colegas Juan Manuel Cisneros y José Antonio Chumacero por sus comentarios. Un agradecimiento particular a Alfonso Ayala por el apoyo en la programación del software para efectos de la estimación del IDIR. La persistencia de los errores es absoluta responsabilidad mía.

‡Profesor del Departamento Académico de Economía e Investigador Titular del Instituto de Investigaciones Económicas de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Contacto: eavalosa@unmsm.edu.pe.

1. Introducción

Existen diversas clases de medición de la desigualdad económica agrupados bajo la clasificación de medidas positivas y de medidas normativas (Villar, 2017). Fundamentado en la teoría del bienestar social, específicamente en una función de bienestar de Nash generalizada, formularemos una medida de la desigualdad.

Si bien, nuestro fundamento es normativo, la medida se basa en medidas positivas; superando así esta dicotomía en la clasificación de las medidas de desigualdad.

2. Marco analítico

Supondremos una sociedad compuesta por un conjunto de $\mathcal{I} = \{1, \ldots, I\}$ receptores de ingresos. El ingreso de cada receptor $i \in \mathcal{I}$ viene dado por $y_i \in \mathbb{R}_{++}$. Una distribución de ingreso dada se denota por el vector $\mathbf{y} = (y_1, \ldots, y_I)$, donde el subíndice no sólo denota el receptor sino además representa una indización tal que $y_1 \leq \ldots \leq y_I$.

El espacio de distribuciones de ingreso se denota por el conjunto $\mathbb{Y} \subseteq \mathbb{R}^I_{++}$. Luego, cada individuo $i \in \mathcal{I}$ posee preferencias regulares[1] representadas por la función $u_i : \mathbb{R}_{++} \mapsto \mathbb{R}$, con $u_i' > 0$ y $u_i'' < 0$.

Para una distribución dada, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^I_{++}$, el ingreso medio aritmético viene dado por la función $\mu = I^{-1} \sum_{i=1}^{I} y_i$ y la proporción de ingreso del receptor i en relación a la renta total viene dado por $\theta_i = (\mu I)^{-1} y_i$.

2.1. Bienestar social

2.1.1. El criterio de Nash

El criterio de Nash generalizado (Nash, 1950; Maskin, 1976; Weymark, 2016), nos permite formular un funcional de bienestar bajo un marco informacional de representación cardinal y de comparabilidad de variaciones de utilidad. Esto es,

$$\mathcal{F}(u_1, \ldots, u_I) = \prod_{i=1}^{I} [u_i(\cdot) - u_i(\tilde{y})]^{\delta_i} \quad , \quad \sum_{i=1}^{I} \delta_i = 1 \tag{1}$$

siendo $\tilde{y}$ un ingreso correspondiente a un estado social de *statu quo*.

Para efectos de la medida de la desigualdad que proponemos vamos a suponer que $u_i(\tilde{y}) = 0$ para todo $i \in \mathcal{I}$, una función de utilidad bien comportada $u_i(y_i) = y_i^{\alpha_i}$, donde $0 < \alpha_i < 1$. Supondremos que para todo $i \in \mathcal{I}$ ocurre $\alpha_i = K_1$ y $\delta_i = K_2$, siendo K_1 y K_2 constantes. Luego, asumiremos que $K_1 K_2 = I^{-1}$. Así, la funcional específica a trabajar será:

$$\mathcal{F}(u_1, \ldots, u_I) = \left(\prod_{i=1}^{I} y_i \right)^{\frac{1}{I}} = \nu \tag{2}$$

donde ν es el ingreso medio geométrico.

Finalmente, para una distribución de ingresos dada $\mathbf{y}^0$ el bienestar efectivo, según la ecuación [2], vendría dado por ν^0.

[1] Esto es, preferencias transitivas, conexas, continuas, no-saciables y convexas semi-estrictas (Arrow & Hahn, 1971).

2.1.2. Máximo bienestar social

Considérese la sociedad de I receptores y un ingreso total dado Y^0. La distribución de ingreso $\mathbf{y}^*$ que maximiza el bienestar social resulta de resolver,

$$\begin{array}{cc} \max\limits_{y_1,\ldots,y_I} & \left(\prod_{i=1}^{I} y_i\right)^{\frac{1}{I}} \\ \text{s. a} & \sum_i y_i - Y^0 \leq 0 \end{array} \tag{3}$$

de donde $y_1^* = \ldots = y_I^*$. Por tanto, la distribución de ingresos que maximiza el bienestar social sería $\mathbf{y}^* = (\mu, \ldots, \mu)$. Así, el máximo bienestar social será:

$$\mathcal{F}_{\text{máx}} = \mu \tag{4}$$

2.2. El ingreso relativo

Sea la sociedad conformada por un número de I individuos. Para cada distribución de ingresos $(y_1, \ldots, y_I)$ que agota el ingreso total $Y = \sum_{i=1}^{I} y_i$, se tiene que cada receptor posee un vector de ingresos relativos. Esto es, $\mathbf{r}_i = (r_{i1}, \ldots, r_{iI}) \in \mathbb{R}_{++}^{I-1}$, donde $r_{ij} = y_i y_j^{-1}$, $i \neq j$.

Con la intención de resaltar el mayor grado de desigualdad del $i-$ésimo receptor en relación a los que tienen mayores ingresos, r_{i1} recibirá un menor peso que r_{iI} en el cálculo del ingreso relativo promedio, ya que $y_1 < y_i < y_I$. Utilizaremos como ponderación la importancia del ingreso del receptor opositor en relación al ingreso total Y^0 a distribuir: θ_j, $j \neq i$.

2.2.1. El ingreso relativo promedio del receptor

Para cada receptor $i \in \mathcal{I}$, el ingreso relativo que tomaremos como su ingreso relativo promedio será igual a $\bar{r}_i = \sum_{j=1}^{I-1} \theta_j r_{ij}$, donde $i \neq j$ y $\sum_j \theta_j = 1 - \theta_i$. Luego, simplificando obtendremos el siguiente resultado,

$$\bar{r}_i = \left(\frac{I-1}{I}\right) \frac{y_i}{\mu} \tag{5}$$

2.2.2. El ingreso relativo promedio agregado

Como en la sociedad existen I receptores, tendremos el mismo número de ingresos relativos promedio. Optaremos por la media geométrica de estos ingresos para calcular el ingreso relativo promedio de la sociedad. Esto es, $\hat{r} = \left(\prod_{i=1}^{I} \bar{r}_i\right)^{\frac{1}{I}}$. Considerando la ecuación [5], queda:

$$\hat{r} = \left(\frac{I-1}{I}\right) \frac{\nu}{\mu} \tag{6}$$

Luego, en la medida que el número de receptores sea lo suficientemente grande, podríamos utilizar $\hat{R}$ como una buena aproximación de $\hat{r}$,

$$\lim_{I \to \infty} \hat{r} = \hat{R} = \frac{\nu}{\mu} \tag{7}$$

2.3. El índice de desigualdad de ingreso relativo

2.3.1. Como expresión normativa

Para la construcción de nuestro índice de desigualdad de ingreso relativo consideraremos como dada una distribución de ingresos cualesquiera $\mathbf{y}^0 \in \mathbb{Y}$ tal que $\sum_i y_i^0 = Y^0$. Por otro lado, como ocurre con los índices de desigualdad de Dalton (1920) y Atkinson (1970) la diferencia entre bienestar de máximo bienestar social y el bienestar efectivo se tomaría como una medida de la desigualdad. Así, el índice de desigualdad de ingreso relativo $IDIR$ vendría dado por,

$$IDIR = 1 - \frac{\mathcal{F}^0}{\mathcal{F}_{\text{máx}}} \tag{8}$$

Luego, bajo el marco normativo propuesto según el criterio de Nash, las ecuaciones [2] y [4] nos permitirán reformular el $IDIR$ como una relación entre el ingreso medio geométrico y el ingreso medio aitmético. Esto es,

$$IDIR = 1 - \frac{\nu}{\mu} \tag{9}$$

2.3.2. Como expresión positiva

Considerando la aproximación del ingreso relativo promedio agregado, señalado en la ecuación [7], y tomando el $IDIR$ según [9], derivamos el índice como una expresión de una medida objetiva. Esto es,

$$IDIR = 1 - \hat{R} \tag{10}$$

Así, un cambio en la distribución de ingresos, dado Y, que implique un incremento del ingreso relativo agregado, equivale a un aumento del ingreso promedio geométrico. Esto es, un aumento del bienestar efectivo. Esto a su vez significaría que μ se aproxima a ν, ya que la relación media aritmética y media geométrica verifica (Karelin *et ~al.*, 2008):

$$\frac{y_1 + \ldots + y_I}{I} \geq \sqrt[I]{y_1 \times \ldots \times y_I} \tag{11}$$

cumpliéndose la igualdad sólo si $y_1 = \ldots = y_I$. En este caso único, se obtiene $IDIR = 1$. Para cualquier otro caso, $IDIR < 1$. Luego, si algún $y_i = 0$, entonces $IDIR = 0$. Lo mismo sucede si todo Y^0 corresponde a un solo receptor y al resto cero.

En consecuencia, si existe igualdad en la distribución de ingresos entre los receptores el índice será $IDIR = 1$ y si se tiene que el ingreso total le corresponde a un solo receptor entonces el índice será $IDIR = 0$. Luego, $IDIR \in [0, 1]$.

2.3.3. Una representación gráfica

Sea $I = 2$ y la distribución $\mathbf{y}^0 = (y_1^0, y_2^0)$, donde $y_1^0 < y_2^0$ y $y_1^0 + y_2^0 = Y^0$. La figura [1] muestra la relación media arimética - media geométrica y su relación con la función de bienestar de Nash, que para el presente caso sería $\mathcal{F}(u_1, u_2) = \sqrt{y_1 y_2}$.

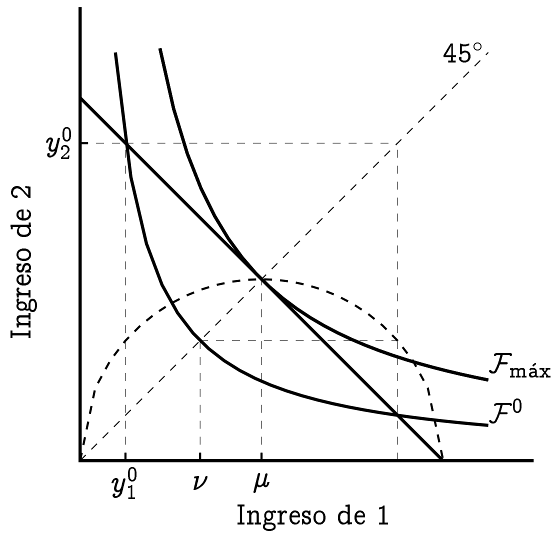

Figura 1: La relación $\mu - \nu$ como índice de desigualdad bajo un criterio de Nash específico.

2.3.4. Propiedades

Siguiendo a Villar (2017), podemos ver las propiedades que verifica el $IDIR$:

Propiedad 1 (Normalización).
Dada la sociedad de I receptores, si para todo $i \in \mathcal{I}$ se tiene $y_i = \mu$, entonces,

$$IDIR(I, (\mu, \ldots, \mu)) = 0 \tag{12}$$

Demostración.
Si $(y_1, \ldots, y_I) = (\mu, \ldots, \mu)$, luego la media aritmetica será $\mu = (I\mu)I^{-1} = \mu$ y la media geométrica será $\nu = (\mu^I)^{\frac{1}{I}} = \mu$. Así, $IDIR = 1 - \frac{\mu}{\mu} = 0$. □

Propiedad 2 (Simetría).
Dada la sociedad de I receptores, sean las distribuciones de ingreso $\mathbf{y}$ y $\mathbf{y}'$, donde $\mathbf{y}' = Perm(\mathbf{y})$. Entonces, $IDIR(I, \mathbf{y}) = IDIR(I, \mathbf{y}')$.

Demostración.
Sea $\mu(I, \mathbf{y}) = \mu$ y $\nu(I, \mathbf{y}) = \nu$. Luego, para una permutación de $\mathbf{y}$ como lo es $\mathbf{y}'$, se tendrá $\mu(I, \mathbf{y}') = \mu'$ y $\nu(I, \mathbf{y}') = \nu'$. Luego, para cada distribución de ingresos $IDIR(I, \mathbf{y}) = IDIR$ y $IDIR(I, \mathbf{y}') = IDIR'$. Dada la propiedad conmutativa de la suma y del producto no será afectado el resultado. Entonces, $IDIR(I, \mathbf{y}) = IDIR'(I, \mathbf{y}')$. □

Propiedad 3 (Principio de réplica de las poblaciones).
Dada una sociedad con I receptores y una distribución de ingresos $\mathbf{y}$. Considerando una nueva sociedad que consiste en una réplica k veces I con su correspondiente distribución de ingresos $\mathbf{y}^k$. Entonces, $IDIR(I, \mathbf{y}) = IDIR(kI, \mathbf{y}^k)$.

Demostración.
Para $\mathbf{y}^k$ se tiene $\mu(kI, \mathbf{y}^k) = \frac{\sum_i y_i + \ldots + \sum_i y_i}{kI} = \frac{k \sum_i y_i}{kI}$, quedando $\mu(kI, \mathbf{y}^k) = \mu$. Además,

$\nu(kI, \mathbf{y}^k) = (\prod_i y_i^k)^{\frac{1}{I}} = ((\prod_i y_i)^k)^{\frac{1}{I}}$, obteniendo $\nu(kI, \mathbf{y}^k) = \nu^k$. Luego,

$$IDIR(kI, \mathbf{y}^k) = 1 - \frac{\nu^k}{\mu} \tag{13}$$

por tanto $IDIR(I, \mathbf{y}) \neq IDIR(kI, \mathbf{y}^k)$. □

Propiedad 4 (Principio de las transferencias de Dalton).
Dada la sociedad de I receptores, sea $\mathbf{y}_d$ la distribución de ingresos que se obtiene mediante una transferencia de Dalton a partir de $\mathbf{y}$. Luego, $IDIR(I, \mathbf{y}) > IDIR(I, \mathbf{y}_d)$.

Demostración.
Dada la distribución de ingresos $\mathbf{y} = (y_1, \ldots, y_i, y_{i+1}, \ldots, y_I)$. Sea una transferencia de Dalton del receptor $i+1$ al receptor i igual a $\delta = dy_i = -dy_{i+1} > 0$, tal que $\mathbf{y}_d = (y_1, \ldots, y_i+\delta, y_{i+1}-\delta, \ldots, y_I)$. Luego,

$$dIDIR = -\frac{1}{\mu}d\nu + \frac{\nu}{\mu^2}d\mu \tag{14}$$

Además, como $d\mu = \frac{1}{I}(dy_i + dy_{i+1}) = \frac{1}{I}(\delta - \delta)$, entonces $d\mu = 0$. Por otro lado, se tiene $d\nu = \frac{\nu}{I}(\frac{dy_i}{y_i} + \frac{dy_{i+1}}{y_{i+1}}) = \frac{\nu}{I}(\frac{\delta}{y_i} - \frac{\delta}{y_{i+1}})$, quedando $dIDIR = -\frac{\delta\nu}{I\mu}(\frac{1}{y_i} - \frac{1}{y_{i+1}})$. Por tanto:

$$\frac{dIDIR}{\delta} < 0 \tag{15}$$

ya que $y_i < y_{i+1}$. Por tanto $IDIR(I, \mathbf{y}) > IDIR(I, \mathbf{y}_d)$. □

Propiedad 5 (Continuidad).
La función $IDIR(I, \mathbf{y})$ es continua en $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^I_{++}$.

Propiedad 6 (Independencia de escala).
Para todo escalar $\lambda > 0$, $IDIR(I, \mathbf{y}) = IDIR(I, \lambda\mathbf{y})$.

Demostración.
Para la distribución $\mathbf{y}$ se tendrá $\mu(I, \mathbf{y}) = \mu$. Luego, Para $\lambda\mathbf{y}$ se tiene $\mu(I, \lambda\mathbf{y}) = \lambda\mu$. Por otro lado, para la distribución $\mathbf{y}$ se obtiene $\nu(I, \mathbf{y}) = \nu$ y para $\lambda\mathbf{y}$ se tiene $\nu(I, \lambda\mathbf{y}) = \lambda\nu$. Por tanto $IDIR(I, \mathbf{y}) = 1 - \frac{\lambda\nu}{\lambda\mu}$. En consecuencia, $IDIR(I, \mathbf{y}) = IDIR(I, \lambda\mathbf{y})$. □

Propiedad 7 (Descomponibilidad aditiva).
Dada una sociedad de I receptores compuesta por H subgrupos de población, exhaustivos y mutuamente excluyentes, se cumple que:

$$IDIR(I, \mathbf{y}) = \sum_{h=1}^{H} w_h^H(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{I}) IDIR(I_h, \mathbf{y}_h) + IDIR(I, \mu_1 I_1, \ldots, \mu_H I_H) \tag{16}$$

para un conjunto de coeficientes w_h^H, que son funciones que dependen de $\boldsymbol{\mu}$, $\mathbf{I}$ y del numero H de subgrupos de la partición.

Demostración.
Para cada uno de los h grupos tendremos una distribución de ingresos $\mathbf{y}_h$, de donde $\mu_h = I_h^{-1}\sum_{i=1}^{I_h} y_i$ y $\nu_h = \left(\prod_{i=1}^{I_h} y_i\right)^{\frac{1}{I_h}}$. Por tanto, para un grupo h cualesquiera, tendremos un $IDIR_h = IDIR(I_h, \mathbf{y}_h)$. Este es,

$$IDIR(I_h, \mathbf{y}_h) = 1 - \frac{\nu_h}{\mu_h} \tag{17}$$

Luego,

$$\sum_{h=1}^{H} w_h^H(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{I}) IDIR(I_h, \mathbf{y}_h) = 1 - \sum_{h=1}^{H} w_h^H \frac{\nu_h}{\mu_h} \tag{18}$$

donde $w_h^H = \frac{I_h}{I}$.

En tanto que,

$$IDIR(I, \mu_1 I_1, \ldots, \mu_H I_H) = 1 - \frac{\prod_{h=1}^{H} \mu_h^{w_h}}{\sum_{h=1}^{H} w_h \mu_h} \tag{19}$$

Y dado que,

$$IDIR(I, \mathbf{y}) = 1 - \frac{\prod_{h=1}^{H} \nu_h^{w_h}}{\sum_{h=1}^{H} w_h \mu_h} \tag{20}$$

Se obtiene,

$$\nu \neq \prod_{h=1}^{H} \mu^{w_h} + \sum_{h=1}^{H} w_h \mu_h \sum_{h=1}^{H} w_h \frac{\nu_h}{\mu_h} \tag{21}$$

Por tanto,

$$IDIR(I, \mathbf{y}) \neq \sum_{h=1}^{H} w_h^H(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{I}) IDIR(I_h, \mathbf{y}_h) + IDIR(I, \mu_1 I_1, \ldots, \mu_H I_H) \tag{22}$$

El IDIR no verifica la descomponibilidad adictiva. □

3. Medición del IDIR

Para efectos de la aplicación del índice propuesto se midió la desigualdad para cada uno de los departamentos del Perú, para el periodo comprendido entre los años 2004 y 2017. La medición se realizó tomando como unidad receptora de ingresos los hogares según la «Encuesta Nacional de Hogares ENAHO» del año 2004 al 2017.

3.1. El ingreso de los hogares

En nuestra aplicación tomaremos el ingreso del hogar, denotado como `ingtot`, según la codificación de la ENAHO a aquel que posee la siguiente composición:

1. Ingreso de trabajo (`ingtrab`):
   1.1 Ingreso de trabajo salarial (`ingtrabw`):

$$\texttt{ingtrabw} = \texttt{ingnethd} + \texttt{pagesphd} + \texttt{insedlhd} + \texttt{paesechd} \tag{23}$$

donde:

- `ingnethd`: ingreso monetario neto de la actividad principal dependiente.
- `pagesphd`: ingreso por pago en especie de la actividad principal dependiente.
- `insedlhd`: ingreso neto de la actividad secundaria dependiente.
- `paesechd`: ingreso pago en especie de la actividad secundaria dependiente.

1.2 Ingreso de trabajo no salarial (`ingtrabs`):

$$\texttt{ingtrabs} = \texttt{ingindhd} + \texttt{ingauthd} + \texttt{ingseihd} + \texttt{iseacauhd} \tag{24}$$

donde:

- `ingindhd`: ingreso por actividad principal independiente.
- `ingauthd`: ingreso por autoconsumo de la actividad principal independiente.
- `ingseihd`: ingreso neto de la actividad secundaria independiente.
- `isecauhd`: ingreso por autoconsumo de la actividad secundaria independiente.

$$\texttt{ingtrab} = \texttt{ingtrabw} + \texttt{ingtrabs} \tag{25}$$

2. Ingreso de propiedad (`ingprop`):

$$\texttt{ingprop} = \texttt{ingrenhd} + \texttt{ia01hd} \tag{26}$$

donde:

- `ingrenhd`: ingreso monetario por rentas de la propiedad.
- `ia01hd`: ingreso alquiler imputado de la vivienda.

3. Ingreso de transferencias privadas (`trapriv`):

$$\texttt{trapriv} = \texttt{ingtrahd} + \texttt{ingtexhd} + \texttt{ia02hd} \tag{27}$$

donde:

- `ingtrahd`: ingreso por transferencias corrientes monetarias del país.
- `ingtexhd`: ingreso por transferencias corrientes del extranjero.
- `ia02hd`: ingreso por transferencia de alquiler.

4. Ingreso extraordinario (`ingextr`):

$$\texttt{ingextr} = \texttt{ingexthd} + \texttt{ingoexhd} \tag{28}$$

donde:

- `ingexthd`: ingresos extraordinarios por trabajo.
- `ingoexhd`: otros ingresos extraordinarios.

Finalmente, obtenemos nuestro ingreso total del hogar:

$$\texttt{ingtot} = \texttt{ingtrab} + \texttt{ingptop} + \texttt{trapriv} + \texttt{ingextr} \tag{29}$$

3.2. El IDIR departamental

Utilizando el ingreso `ingtot` como la variable con la que se estimará el IDIR, obtenemos el siguiente cuadro resumen.

Departamento	mean	sd	median	min	max	range	skew	kurtosis	se
AMAZ	0.36	0.02	0.36	0.32	0.41	0.09	0.51	0.51	0.01
ANCA	0.36	0.03	0.36	0.30	0.42	0.12	-0.28	-0.88	0.01
APUR	0.39	0.07	0.38	0.31	0.52	0.21	0.53	-0.95	0.02
AREQ	0.31	0.04	0.31	0.24	0.38	0.14	-0.02	-0.65	0.01
AYAC	0.40	0.03	0.40	0.37	0.46	0.09	0.55	-0.97	0.01
CAJA	0.41	0.03	0.41	0.36	0.45	0.09	-0.11	-1.50	0.01
CUSC	0.38	0.03	0.38	0.35	0.42	0.07	0.00	-1.52	0.01
HUCV	0.39	0.05	0.40	0.32	0.46	0.14	-0.25	-1.26	0.01
HUAN	0.40	0.04	0.39	0.36	0.48	0.13	0.80	-0.37	0.01
ICA	0.22	0.04	0.21	0.16	0.29	0.13	0.25	-1.48	0.01
JUNI	0.32	0.03	0.32	0.27	0.36	0.10	-0.05	-1.02	0.01
LLIB	0.37	0.04	0.36	0.33	0.47	0.14	1.76	2.78	0.01
LAMB	0.27	0.02	0.26	0.24	0.31	0.07	0.44	-1.48	0.01
LIMA	0.29	0.03	0.30	0.26	0.34	0.08	0.07	-1.30	0.01
LORE	0.38	0.02	0.38	0.34	0.42	0.07	0.23	-0.99	0.01
MDIO	0.27	0.03	0.26	0.23	0.31	0.08	0.00	-1.58	0.01
MOQU	0.40	0.02	0.40	0.37	0.45	0.07	0.59	-0.46	0.01
PASC	0.35	0.03	0.35	0.31	0.42	0.11	0.75	-0.28	0.01
PIUR	0.32	0.02	0.32	0.28	0.35	0.07	-0.41	-1.04	0.01
PUNO	0.40	0.03	0.39	0.37	0.46	0.10	0.73	-0.36	0.01
SMAR	0.37	0.04	0.37	0.32	0.43	0.12	-0.03	-1.21	0.01
TACN	0.30	0.02	0.30	0.26	0.34	0.08	0.02	-1.29	0.01
TUMB	0.24	0.02	0.25	0.21	0.27	0.05	-0.46	-0.92	0.00
UCAY	0.28	0.06	0.27	0.20	0.38	0.18	0.29	-1.55	0.02

Cuadro 1: Medidas estadísticas del $IDIR$ por departamento.

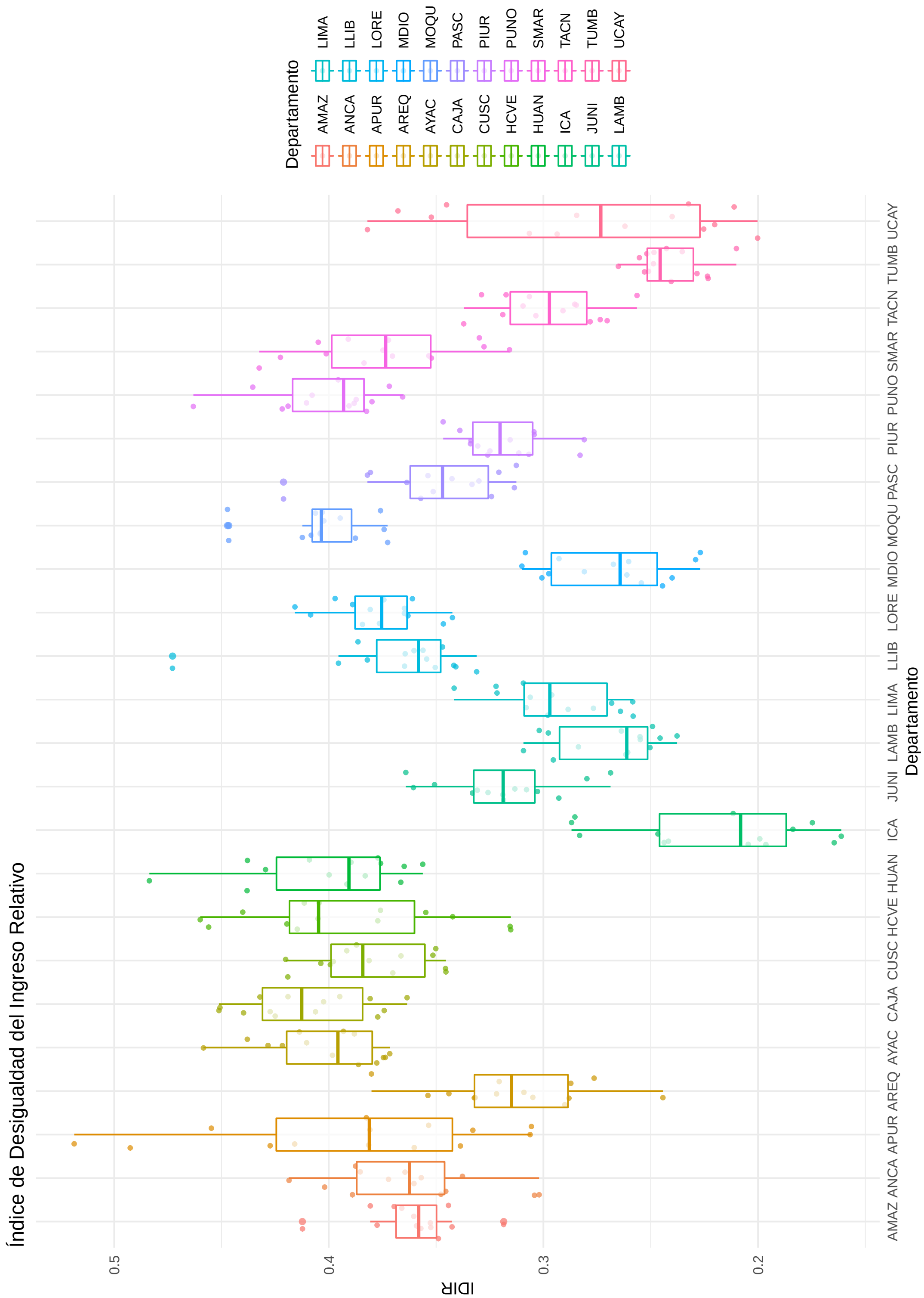

Figura 2: Índice de Desigualdad del Ingreso Relativo por Departamento, 2004-2017.

2004		2005		2006		2007		2008		2009		2010	
MDIO	0.2291	TUMB	0.2553	TUMB	0.2427	ICA	0.2437	ICA	0.2417	MDIO	0.2269	ICA	0.2116
TUMB	0.2651	ICA	0.2853	ICA	0.2869	TUMB	0.2510	TUMB	0.2485	ICA	0.2466	MDIO	0.2400
ICA	0.2831	LAMB	0.2954	AREQ	0.2881	MDIO	0.2611	MDIO	0.2809	TUMB	0.2487	TUMB	0.2529
LAMB	0.2837	MDIO	0.3084	LAMB	0.3019	LAMB	0.3093	LIMA	0.2961	LAMB	0.2607	TACN	0.2564
LIMA	0.3061	SMAR	0.3158	MDIO	0.3100	TACN	0.3174	LAMB	0.2977	UCAY	0.2936	UCAY	0.2620
JUNI	0.3186	AREQ	0.3218	JUNI	0.3189	LIMA	0.3216	UCAY	0.3065	ANCA	0.3020	LAMB	0.2637
TACN	0.3189	JUNI	0.3308	LIMA	0.3221	PIUR	0.3389	TACN	0.3065	JUNI	0.3027	JUNI	0.2687
PIUR	0.3260	PIUR	0.3340	TACN	0.3288	UCAY	0.3522	PIUR	0.3155	LIMA	0.3093	LIMA	0.3080
SMAR	0.3299	TACN	0.3371	PIUR	0.3337	SMAR	0.3522	AREQ	0.3440	TACN	0.3095	PIUR	0.3115
AREQ	0.3318	LIMA	0.3416	PASC	0.3426	AREQ	0.3538	LLIB	0.3561	PIUR	0.3306	AREQ	0.3322
LORE	0.3424	LORE	0.3466	AMAZ	0.3442	PASC	0.3538	AMAZ	0.3571	HUAN	0.3562	PASC	0.3333
UCAY	0.3451	PASC	0.3514	SMAR	0.3534	AMAZ	0.3604	JUNI	0.3606	LLIB	0.3644	LLIB	0.3470
CUSC	0.3664	AMAZ	0.3525	LORE	0.3648	JUNI	0.3641	LORE	0.3631	AREQ	0.3801	ANCA	0.3569
AMAZ	0.3695	CAJA	0.3772	UCAY	0.3678	ANCA	0.3875	ANCA	0.3722	PASC	0.3806	AYAC	0.3716
CAJA	0.3742	UCAY	0.3820	LLIB	0.3820	PUNO	0.3956	SMAR	0.3748	AMAZ	0.3807	SMAR	0.3722
HUAN	0.3758	LLIB	0.3864	CAJA	0.3949	LORE	0.3971	APUR	0.3808	APUR	0.3814	APUR	0.3825
PASC	0.3820	CUSC	0.3916	ANCA	0.4019	HUAN	0.4090	PUNO	0.3824	AYAC	0.3862	LORE	0.3843
ANCA	0.3890	MOQU	0.4062	MOQU	0.4039	APUR	0.4159	HUAN	0.3896	CUSC	0.3993	PUNO	0.3872
AYAC	0.3932	ANCA	0.4185	CUSC	0.4191	CAJA	0.4190	CUSC	0.3979	SMAR	0.4049	HUAN	0.3916
MOQU	0.3947	HUAN	0.4379	AYAC	0.4283	HUCV	0.4195	AYAC	0.4103	HUCV	0.4050	CUSC	0.4037
LLIB	0.3955	AYAC	0.4380	PUNO	0.4354	CUSC	0.4201	HUCV	0.4147	PUNO	0.4078	MOQU	0.4040
PUNO	0.4217	HUCV	0.4599	HUCV	0.4560	AYAC	0.4216	PASC	0.4211	MOQU	0.4082	HUCV	0.4114
HUCV	0.4401	PUNO	0.4631	HUAN	0.4836	MOQU	0.44726	MOQU	0.4466	LORE	0.4158	AMAZ	0.4123
APUR	0.4547	APUR	0.4925	APUR	0.5186	LLIB	0.4728	CAJA	0.4507	CAJA	0.4397	CAJA	0.4512

Cuadro 2: Índice de desigualdad de ingreso relativo por departamento, 2004-2010.

2011		2012		2013		2014		2015		2016		2017	
ICA	0.2046	ICA	0.1992	ICA	0.1747	ICA	0.1963	ICA	0.1837	ICA	0.1612	ICA	0.1645
UCAY	0.2202	UCAY	0.2002	UCAY	0.2111	UCAY	0.2253	TUMB	0.2232	TUMB	0.2101	TUMB	0.2235
LAMB	0.2503	TUMB	0.2284	TUMB	0.2353	LAMB	0.2377	UCAY	0.2324	UCAY	0.2400	AREQ	0.2443
TUMB	0.2518	LAMB	0.2456	MDIO	0.2544	TUMB	0.2404	LIMA	0.2584	MDIO	0.2445	LAMB	0.2492
TACN	0.2735	MDIO	0.2674	LAMB	0.2549	LIMA	0.2641	MDIO	0.2603	LAMB	0.2550	LIMA	0.2582
JUNI	0.2797	TACN	0.2782	LIMA	0.2767	TACN	0.2703	LAMB	0.2616	LIMA	0.2682	UCAY	0.2845
MDIO	0.2975	LIMA	0.2885	AREQ	0.2872	MDIO	0.2927	AREQ	0.2764	PIUR	0.2829	TACN	0.2847
LIMA	0.2979	PASC	0.3126	TACN	0.3035	JUNI	0.2928	PIUR	0.2810	TACN	0.2854	MDIO	0.3007
AREQ	0.3091	AREQ	0.3206	PIUR	0.3068	PIUR	0.3043	TACN	0.2909	AREQ	0.2900	PIUR	0.3044
PIUR	0.3249	JUNI	0.3258	JUNI	0.3079	AREQ	0.3049	ANCA	0.3042	APUR	0.3056	APUR	0.3062
LLIB	0.3311	PIUR	0.3467	CUSC	0.3501	PASC	0.3242	JUNI	0.3133	PASC	0.3135	HUCV	0.3152
AMAZ	0.3489	APUR	0.3602	APUR	0.3535	APUR	0.3329	HUCV	0.3155	ANCA	0.3377	AMAZ	0.3185
PASC	0.3571	ANCA	0.3645	LLIB	0.3603	LLIB	0.3408	PASC	0.3300	HUCV	0.3423	PASC	0.3208
LORE	0.3648	LLIB	0.3647	ANCA	0.3603	AMAZ	0.3426	APUR	0.3387	JUNI	0.3507	SMAR	0.3277
CUSC	0.3812	AMAZ	0.3660	PASC	0.3637	ANCA	0.3455	CUSC	0.3456	CUSC	0.3515	JUNI	0.3330
ANCA	0.3854	CUSC	0.3702	LORE	0.3743	HUCV	0.3548	LLIB	0.3504	AMAZ	0.3527	LLIB	0.3418
PUNO	0.3882	HUCV	0.3772	HUCV	0.3759	LORE	0.3610	AMAZ	0.3591	LLIB	0.3544	CUSC	0.3454
SMAR	0.3909	SMAR	0.4012	AMAZ	0.3775	HUAN	0.3664	PUNO	0.3718	PUNO	0.3656	ANCA	0.3477
HUAN	0.3998	LORE	0.4085	AYAC	0.3881	AYAC	0.3746	MOQU	0.3742	SMAR	0.3703	CAJA	0.3635
MOQU	0.4023	PUNO	0.4104	MOQU	0.4030	CUSC	0.3871	LORE	0.3764	MOQU	0.3726	HUAN	0.3649
HUCV	0.4045	MOQU	0.4123	PUNO	0.4190	MOQU	0.3876	HUAN	0.3830	AYAC	0.3736	MOQU	0.3759
APUR	0.4273	AYAC	0.4137	SMAR	0.4225	PUNO	0.3906	SMAR	0.3836	HUAN	0.3771	AYAC	0.3776
CAJA	0.4321	CAJA	0.4273	CAJA	0.4250	CAJA	0.4062	AYAC	0.3983	LORE	0.3807	PUNO	0.3799
AYAC	0.4584	HUAN	0.4295	HUAN	0.4381	SMAR	0.4324	CAJA	0.4024	CAJA	0.3807	LORE	0.3889

Cuadro 3: Índice de desigualdad de ingreso relativo por departamento, 2011-2017.

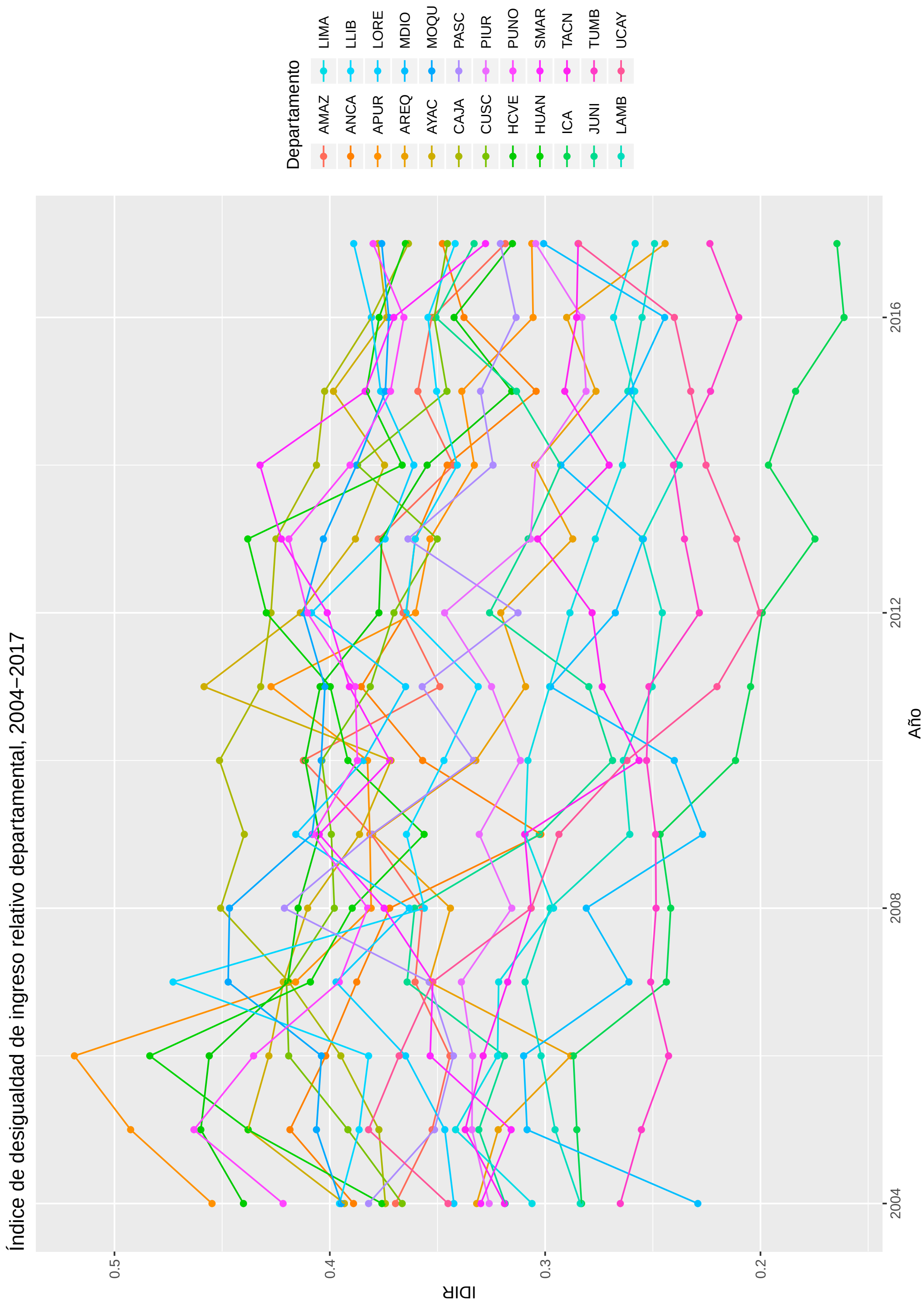

Figura 3: Índice de Desigualdad del Ingreso Relativo por Departamento, 2004-2017.

3.3. La relación entre el IDIR y el Gini

La relación entre el IDIR y el GINI, este calculado para la distribución de la misma variable `ingtot`, es muy estrecha.[2] Así, el coeficiente de correlación es,

$$\mathtt{cor}(\mathtt{IDIR}, \mathtt{GINI}) = 0.986153 \tag{30}$$

Gráficamente:

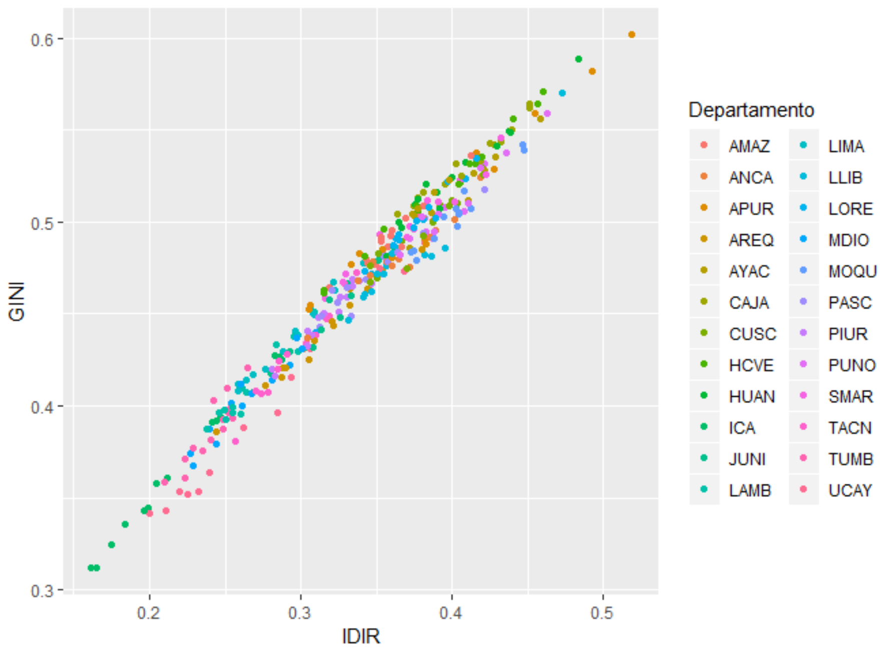

Figura 4: Relación IDIR-GINI.

[2] Para efectos de la estimación del coeficiente de Gini se ha aplicado la fórmula siguiente:

$$\mathrm{GINI} = 1 + \left(\frac{1}{I}\right) - \left(\frac{2}{\mu \cdot I^2}\right)\left(\sum_{i=1}^{I}(I - i + 1)y_i\right)$$

Referencias

ARROW, K. & HAHN, F. H. (1971). *General Competitive Analysis.* New York: North Holland.

ATKINSON, A. (1970). «On the Measurement of Inequality». *Journal of Economic Theory,* **2**(3), 244–263.

DALTON, H. (1920). «The Measurement of Inequality of Income». *The Economic Journal,* **30**(119), 348–361.

KARELIN, O., RONDERO, C. & TARASENKO, A. (2008). *Desigualdades. Métodos de cálculo no tradicionales.* Madrid: Ediciones Díaz de Santos.

MASKIN, E. S. (1976). Social Welfare Functions on Restricted Domains. Massachusetts: Harvard University.

NASH, J. (1950). «The Bargaining Problem». *Econometrica,* **18**(2), 155–162.

VILLAR, A. (2017). *Lectures on Inequality, Poverty and Welfare.* Cham: Springer International Publishing.

WEYMARK, J. (2016). Social Welfare Functions. In: *The Oxford Handbook of Well-Being and Public Policy* (ADLER, M. D., ed.). Oxford: Oxford University Press, pp. 1–37.